

LA PROGRAMACION  
LINEAL  
DEL TRABAJO  
ADMINISTRATIVO

65.012.424:651.32

Por FERNANDO DE LIÑAN Y ZOFIO

Entre las decisiones que la Administración pública ha de adoptar continuamente existe una gran mayoría en que la elección de la más conveniente tiene un fundamento puramente objetivo. Para la determinación científica de estas soluciones óptimas ha desarrollado sus diversas técnicas la Investigación operativa.

Una de estas técnicas es la Programación lineal, perfectamente aplicable en el ámbito administrativo, como se deduce del ejemplo que expone el presente tema.

## I. CONCEPTO, ORIGEN Y POSIBILIDADES DE LA PROGRAMACION LINEAL

### 1. ¿Qué es la programación lineal?

La programación lineal es una de las técnicas de la investigación operativa que resuelve el problema de la asignación de medios escasos a ciertas necesidades, teniendo en cuenta una serie de limitaciones impuestas en cada caso siempre que las relaciones puedan expresarse matemáticamente por medio de funciones lineales.

Como estas relaciones han de ser precisamente lineales, parece que los problemas de este tipo que puedan ser resueltos son escasos; pero la práctica ha demostrado su amplio campo de acción y sus grandes posibilidades de aplicación.

La programación lineal está desempeñando y está destinada a realizar el más importante papel en todo problema de planificación, y, según los expertos del Cowles Commission for Research in Economics, es totalmente imprescindible para preparar el programa que determine la política económica más adecuada, ya que resuelve el problema de elección entre todos los programas realizables compatibles con las limitaciones.

### 2. Nacimiento y evolución de esta técnica

Hace muy pocos años que se inició en los Estados Unidos el estudio de un cierto tipo de problemas con el título de *linear programming*.

Estos estudios nacieron dentro del campo de la Administración de empresas, debido a que es donde se suelen presentar con más frecuencia

problemas de «decisión» para elegir un programa de acción que haga máximas o mínimas algunas magnitudes, tiempos, rendimientos, costes, etc., estando limitada la elección del programa por ciertas circunstancias, trámites o procesos, disponibilidad de capital, etc.

A pesar de esta actualidad, los primeros trabajos realizados en este sentido se remontan al año 1760, cuando QUESNAY expone su *Tableau économique*.

Posteriormente transcurrió mucho tiempo para que las matemáticas se integraran dentro de la ciencia económica. El año 1930, época crucial para el desarrollo económico norteamericano, es cuando el Profesor LEONTIEF, de la Universidad de Harvard, presenta su *The structure of the American Economy*. Las aplicaciones de esta obra han sido numerosísimas y generalizadas por algunos (v. gr., el grupo de las Fuerzas Aéreas Norteamericanas) para casos de programación dinámica.

En 1937, JOHN VON NEUMAN publicó el *Model of Economic Equilibrium*, en el que expone un modelo de programación lineal.

A partir del año 1947 el desarrollo de esta técnica abarca un extenso campo. DANTZIG y WOOD realizan multitud de trabajos de programación militar en el U. S. Department of the Air Force.

Teniendo en cuenta su desarrollo, la Air Force organizó un grupo de investigación bajo el nombre de SCOOP (Scientific Computation of Optimun Programs). Este grupo es quizá uno de los que más ha contribuido a incrementar las aplicaciones de la programación lineal.

Dentro de sus esquemas típicos tenemos los problemas llamados «del transporte», que HITCHCOCK expuso en 1941, e independientemente KOOPMANS, en 1947, y el problema de la dieta de STIGLER, en 1945, así como los relativos a computadores electrónicos realizados por la National Bureau of Standards SEAC Machine, en 1952.

### 3. Posibles casos de aplicación

Los problemas que puede resolver la programación lineal son aquellos en los que es necesario alcanzar «un objetivo», como hacer mínimo el tiempo, máxima la producción, etc., teniendo en cuenta que existen «restricciones» que lo dificultan, espacio disponible, capacidad de trabajo, etc.

Problemas típicos que pueden ser resueltos mediante esta técnica podrían enumerarse de forma inagotable; para dar una idea se pueden citar algunos;

- Diseño de sistemas de comunicación.
- Problemas relativos a asignación de personal.
- Rutas óptimas para transportes.
- Máximo flujo en una red de transportes.
- Cálculo de las unidades necesarias para un cierto servicio.
- Problemas de adjudicación de contratos, etc.

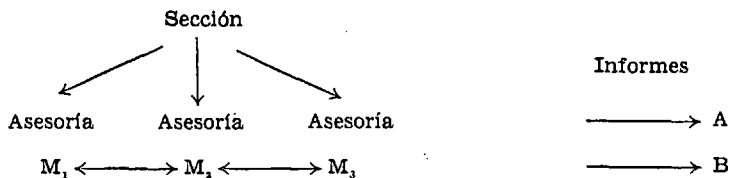
## II. APLICACION A UN CASO ADMINISTRATIVO

### 1. Planteamiento

Una sección administrativa está encargada de elaborar dos tipos de informes:

- Informes tipo A.
- Informes tipo B.

La realización de estos informes se hace por medio de tres «unidades administrativas asesoras», dependientes de dicha sección.



El orden en que intervienen las tres asesorías en su parte correspondiente de cada informe es indiferente.

Las distintas oficinas trabajan a buen ritmo; no obstante, los informes rebasan la capacidad productiva de la sección.

La Jefatura estimó que debería estudiarse minuciosamente el caso para poder planificar el trabajo y conocer el número óptimo de informes que podía realizar en un mes, ya que en la actualidad se desconocía.

El equipo encargado de realizar el estudio obtuvo información cuantitativa usando métodos estadísticos, y resolvió el problema por medio de una «programación lineal».

## 2. Método y cálculo

El tiempo unitario medio de ejecución por informe para cada una de las asesorías se obtuvo usando técnicas estadísticas, y los resultados de dicha información fueron los siguientes:

	$M_1$	$M_2$	$M_3$
A	11	7	6
B	9	12	16

*180 h = tiempo de trabajo mensual de cada unidad.*

La función lineal a maximizar se definió por la expresión

$$z = x_1 + x_2,$$

siendo

$x_1$  = número de informes de tipo A

$x_2$  = número de informes de tipo B

cumpliendo dichas variables la condición de ser mayores o iguales a cero

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

El sistema de inecuaciones de restricción se dedujo de los datos obtenidos, de forma que la suma de horas de trabajo dedicadas a cada tipo de informes por las unidades no podía superar al número total de horas de trabajo establecidas.

$$11x_1 + 9x_2 \leq 180 \quad (\text{I})$$

$$7x_1 + 12x_2 \leq 180 \quad (\text{II})$$

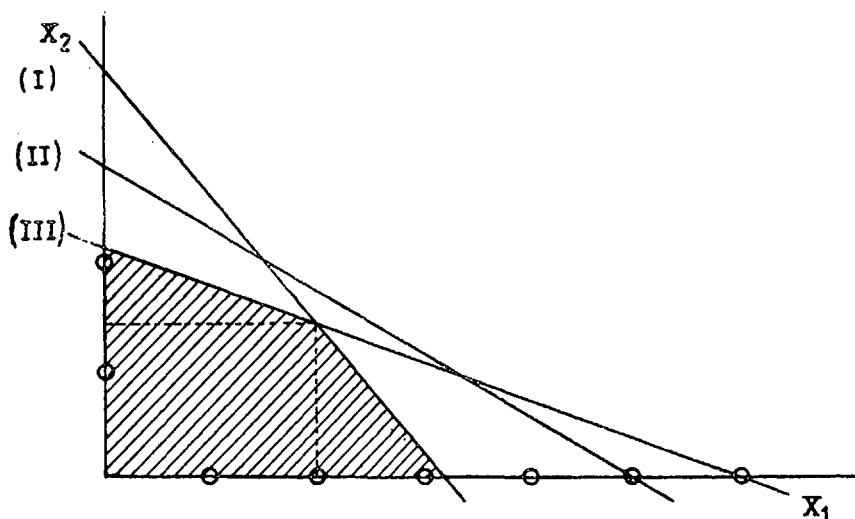
$$6x_1 + 16x_2 \leq 180 \quad (\text{III})$$

De la infinidad de soluciones posibles tendremos que deducir aquella que haga máximo el valor de la función  $z$ , es decir, el número máximo de informes que se puedan realizar con las disponibilidades expuestas.

Trazando sobre un sistema de coordenadas las rectas representati-

vas de las ecuaciones lineales del sistema tendremos definido un polígono, dentro del cual estarán todas las posibles soluciones.

De la figura siguiente deducimos que la condición impuesta por la ecuación (II) es accesoria respecto a las condiciones restrictivas impuestas por las ecuaciones (I) y (III).



Una vez definido el polígono, trazaremos la recta correspondiente a la función  $Z = x_1 + x_2$ , tomando  $Z$  como un parámetro; por tanto, será «un haz de rectas» paralelas.

Obtenida una de las rectas del haz que corresponda, por ejemplo, al valor  $Z = 10$ , no se tendrá más que moverla en dirección perpendicular para que los valores de  $Z$  se incrementen hasta un «máximo», ya que si prosiguiéramos nos saldríamos del polígono que nos define los casos posibles de actuación.

El máximo de la función con las condiciones establecidas corresponderá al punto

$$x_1 = 10,2 \quad x_2 = 7,3$$

Es decir, que deberán realizarse, según dichas condiciones, diez informes del tipo A y siete del B, aproximadamente.

Veamos, con arreglo a estos resultados, cómo dedican su tiempo las tres asesorías:

*Asesoría M<sub>1</sub>*: Tiempo dedicado con el programa expuesto,  $10 \times 11 + 7 \times 9 = 173$  horas. Aproximadamente, igual a las 180 establecidas, luego saturada.

*Asesoría M<sub>2</sub>*: Tiempo dedicado con el problema expuesto,  $10 \times 7 + 7 \times 12 = 154$  horas. En ésta vemos que sus posibilidades de trabajo son mayores que las necesarias para realizar el programa. Aproximadamente 26 horas sin carga de trabajo.

*Asesoría M<sub>3</sub>*: Tiempo dedicado con el programa expuesto,  $10 \times 6 + 7 \times 16 = 178$ .

Esta unidad está en las mismas condiciones que la M<sub>1</sub>.

### 3. Solución y aplicaciones

El informe que se redactó a la jefatura exponía el problema propuesto, así como los métodos seguidos para su realización y los cálculos realizados.

Finalmente, se dieron unas conclusiones deducidas de la solución, que se basaban en los siguientes puntos:

a) El programa óptimo a seguir, con las condiciones previamente establecidas, es:

10 informes tipo A por mes  
7 informes tipo B por mes

Con este programa las unidades M<sub>1</sub> y M<sub>3</sub> están saturadas de trabajo.

b) Siguiendo con este programa óptimo, sería interesante incrementar, si fuera posible, con otros trabajos a la unidad M<sub>2</sub>, o bien disminuir sus efectivos hasta conseguir la misma situación que en las M<sub>1</sub> y M<sub>3</sub>.

Con el procedimiento establecido se consiguió programar el trabajo a realizar, por conocer la potencia productiva de las unidades, y se unificó su rendimiento.